

**APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ E DO ÍNDICE DE SHARPE NA  
OTIMIZAÇÃO DE UM PORTFÓLIO DE RISCO**

**APPLICATION OF THE MARKOWITZ MODEL AND THE SHARPE INDEX IN  
THE OPTIMIZATION OF A RISK PORTFOLIO**

**Santhiago Cristiano de Oliveira Galdino**

Graduando em Ciências Econômicas (FACEM/UERN)

<https://orcid.org/0000-0001-9948-7450>

E-mail: [santhiagocristiano96@gmail.com](mailto:santhiagocristiano96@gmail.com)

**Fábio Lúcio Rodrigues**

Professor Adjunto – Departamento de Economia (FACEM/UERN)

Doutor em Economia Aplicada (PPGE/UFPB)

<https://orcid.org/0000-0001-5809-4044>

E-mail: [prof.fabiolucio@gmail.com](mailto:prof.fabiolucio@gmail.com)

**RESUMO**

O presente trabalho tem por objetivo aplicar empiricamente o modelo de Markowitz e o Índice de Sharpe para otimizar um portfólio de risco formado por ações de 12 empresas de 4 setores distintos negociadas na Bolsa de Valores Brasileira. Para tanto, coletou-se os preços históricos de fechamento de cada empresa, em periodicidade mensal, no horizonte de tempo que vai de maio de 2012 a maio de 2021. Os resultados sugerem uma carteira ótima com retorno esperado de 3,60% e risco de 10,05%. Para a carteira de mínima variância foi obtido um retorno esperado de 1,34% e risco de 5,40%.

**Palavras-chave:** Relação Risco-Retorno; Diversificação de Carteiras; Fronteira Eficiente.

**ABSTRACT**

The present work aims to empirically apply the Markowitz model and the Sharpe Ratio to optimize a risk portfolio formed by shares of 12 companies from 4 different sectors traded on the Brazilian Stock Exchange. For this purpose, the historical closing prices of each company were collected, on a monthly periodicity, in the time horizon that runs from May 2012 to May 2021. The results suggest an optimal portfolio with an expected return of 3,60% and risk of 10,05%. For the minimum variance portfolio, an expected return of 1,34% and a risk of 5,40% were obtained.

**Keywords:** Risk-Return Ratio; Portfolios Diversification; Efficient Frontier.

## 1 INTRODUÇÃO

Até meados do século XX o risco de um investimento era um aspecto meramente intuitivo. Ninguém, até então, havia se preocupado em quantificar o risco. Conforme o pensamento dominante da época, uma alocação eficiente de recursos consistia em distribuir seu capital em ativos que concedessem o maior retorno esperado, sem fazer nenhuma associação ao risco. É somente a partir da publicação de *Portfolio Selection*, de Harry Markowitz, em março de 1952, que a teoria das finanças sofre uma verdadeira revolução nesse sentido (BERNSTEIN, 2011).

Em seu trabalho seminal, Markowitz (1952) dá o pontapé inicial nos estudos sobre a escolha de ativos em condições de risco e os efeitos da diversificação de carteiras e, além disso, define as premissas básicas que serviriam de base para ser chamada de Moderna Teoria de Carteiras. Para Bernstein (2005), Markowitz inovou em seu estudo ao introduzir um tratamento matemático no campo da economia e das finanças, algo ainda raro naquela época. Ele quantificou o risco associado aos investimentos, mas não somente isso, também demonstrou a importância da diversificação para a redução do risco e elevação do retorno.

Baseado na teoria de Markowitz sobre risco e diversificação de portfólios, Sharpe (1964) desenvolveu o que ficou conhecido como índice de Sharpe. Indo ao encontro das ideias de Markowitz, ele também observou que decisões de investimento baseado somente no retorno esperado não são suficientes, ele demonstrou ser necessário comparar o retorno de uma aplicação de risco com o retorno de um ativo livre de risco. A diferença entre esses retornos é chamada de retorno excedente. Em seu modelo, Sharpe ainda considera o desvio padrão do retorno excedente como medida para se avaliar o risco.

Ambos os autores deram notáveis contribuições ao campo das finanças. Para Farias e Moura (2012), a maior contribuição de Markowitz foi ter observado que compor somente uma carteira com muitos ativos não são suficientes para reduzir o risco da carteira, também é necessário que esses ativos não possuam uma alta correlação entre seus retornos. Sendo assim, a volatilidade da carteira seria reduzida quando combinados ativos com baixa correlação entre si, pois, dado o fato de os preços não serem perfeitamente correlacionados, a variação no preço de um ativo seria compensada por variações nos preços dos outros.

Diante disso, o objetivo deste artigo é aplicar a Moderna Teoria de Carteiras para otimizar um portfólio formado por ações de 12 empresas de múltiplos setores, negociadas na Bolsa de Valores Brasileira (B3). Por meio da otimização, pretende-se estimar os percentuais ótimos a serem aplicados em cada uma dessas ações de modo a compor uma carteira que ofereça a melhor relação entre risco e retorno ao investidor.

Este artigo se divide em outras cinco seções além desta. A segunda seção discorre sobre o processo de seleção de carteiras conforme a Moderna Teoria de Carteiras de Markowitz. Na terceira seção, são abordados os conceitos por trás da teoria desenvolvida por Sharpe. A quarta seção, destina-se à metodologia. Na quinta seção, serão apresentados e analisados os resultados obtidos. Por último, temos as considerações finais.

## 2 DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRAS E A TEORIA DE MARKOWITZ

Markowitz (1952) desenvolve seu modelo assumindo que os investidores são avessos ao risco, isto é, quando eles se deparam com carteiras de mesmo retorno, sempre escolhem a que

ofereça o menor risco. Além disso, define que ao escolherem suas carteiras, os investidores estariam interessados somente no retorno esperado,  $E(R)$ , e na variância,  $\sigma^2$  (ou desvio padrão,  $\sigma$ ), do retorno de seu investimento de um período. Como consequência dessa premissa, conforme Sharpe (1964), a função de utilidade do investidor assume a forma:

$$U = f(E(R), \sigma) \quad (1)$$

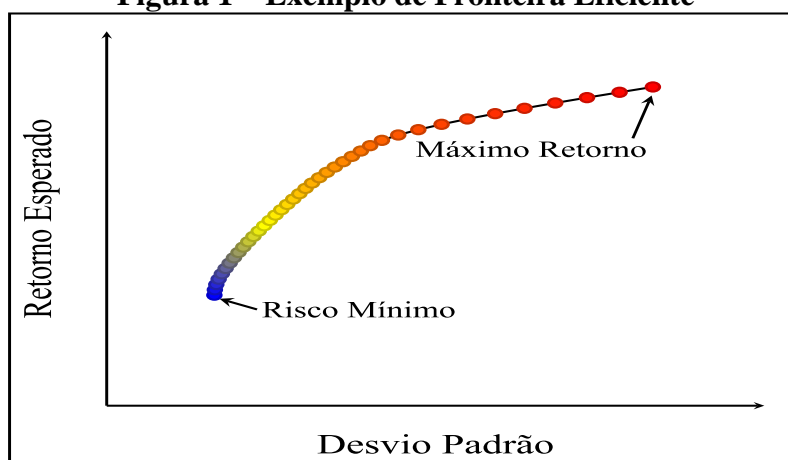
De acordo com Nicholson e Snyder (2017), a utilidade determina o nível de satisfação que alguém atribui algo e está diretamente relacionada com as preferências desse indivíduo, sendo, portanto, algo particular de cada pessoa. Então, admitindo-se a hipótese de racionalidade dos agentes, os investidores maximizadores de utilidade deveriam procurar conjuntos eficientes de ativos que, maximizem o retorno esperado e, simultaneamente, minimizem o risco corrido.

Segundo Pereira *et al.* (2007), pode ser considerada carteira eficiente uma combinação de ativos que oferecem o menor risco para uma dada taxa de retorno ou, alternativamente, oferecem o maior retorno para uma determinada taxa de risco. Essas carteiras eficientes, quando plotadas no plano bidimensional retorno esperado-desvio padrão, formam uma curva chamada fronteira eficiente, ilustrada na Figura 1.

Consoante a Figura 1, pontos mais próximos do vermelho indicam riscos mais elevados, reservados para aqueles investidores mais tolerantes ao risco; enquanto pontos mais próximos do azul indicam riscos mais baixos, que provavelmente seriam escolhidos por investidores com maior aversão ao risco. A fronteira eficiente, portanto, representa todas as carteiras preferíveis as demais, isto é, o conjunto de carteiras localizadas entre a carteira de risco mínimo e a de máximo retorno (ELTON *et al.*, 2012).

No entanto, a fronteira eficiente não indica de forma objetiva sobre qual entre as diversas combinações deve ser escolhida. Nesse sentido, Bodie, Kane e Marcus (2010) argumentam que a seleção da carteira ótima depende do grau de aversão ao risco do investidor. Portanto, investidores mais agressivos, tendem a selecionar carteiras que oferecem maiores retornos esperados, mesmos que estas estejam associadas a maiores riscos; enquanto investidores mais conservadores costumam selecionar aquelas com perspectivas de retornos mais baixos, acarretando riscos menores.

**Figura 1 – Exemplo de Fronteira Eficiente**



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do *Yahoo Finance*.

## 2.1 RETORNO ESPERADO E VARIÂNCIA DA CARTEIRA

O retorno esperado (ou médio) da carteira é resultado de uma média ponderada entre os retornos esperados dos ativos individuais que a compõe (ELTON *et al.*, 2012), e pode ser obtido por meio da expressão:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i \quad (2)$$

Sendo  $\bar{R}_p$ , o retorno esperado da carteira  $p$ ;  $X_i$ , o percentual investido no ativo  $i$ ;  $\bar{R}_i$ , o retorno esperado do ativo  $i$ ; e  $N$  o número total de ativos da carteira. De acordo com Elton *et al.* (2012), a variância do retorno de uma carteira é uma medida estatística de dispersão que está relacionada ao risco da carteira e é dada pela expressão:

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2 \quad (3)$$

Com as devidas manipulações algébricas, a equação (3) pode ser reescrita como:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (4)$$

no qual  $\sigma_p^2$  é a variância da carteira  $p$ ;  $X_i$  e  $X_j$  são, respectivamente, os percentuais investidos nos ativos  $i$  e  $j$ ; e  $\sigma_{ij}$  é a covariância entre os retornos dos ativos  $i$  e  $j$ . Alternativamente, pode-se aplicar a raiz quadrada em ambos os lados da equação (4) e obter o desvio padrão do retorno da carteira:

$$\sigma_p = \left( \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \right)^{1/2} \quad (5)$$

Como são conceitos intimamente ligados do ponto de vista matemático, ambos podem ser usados para medir o risco de uma carteira (BERNSTEIN, 2011). Conforme Markowitz (1952), a covariância entre  $R_i$  e  $R_j$  é definida como:

$$\sigma_{ij} = E[(R_i - \bar{R}_i)(R_j - \bar{R}_j)] \quad (6)$$

Ao dividirmos a equação (6) pelo produto dos desvios padrão dos retornos dos ativos  $i$  e  $j$ , obtemos o coeficiente de correlação (ELTON *et al.*, 2012):

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \tag{7}$$

tal que  $\rho_{ij} \in [-1, 1]$ . Ambas são medidas que calculam o grau de associação entre dois ativos, isto é, como os retornos desses ativos variam conjuntamente, elas diferem apenas em escala. Enquanto a covariância assume valores que vai de menos a mais infinito, o coeficiente de correlação é uma maneira de se padronizar o nível de associação entre dois ativos de modo que tal medida assumira somente valores no intervalo entre  $-1$  e  $1$  (ELTON *et al.*, 2012). A partir da expressão (7), tem-se:

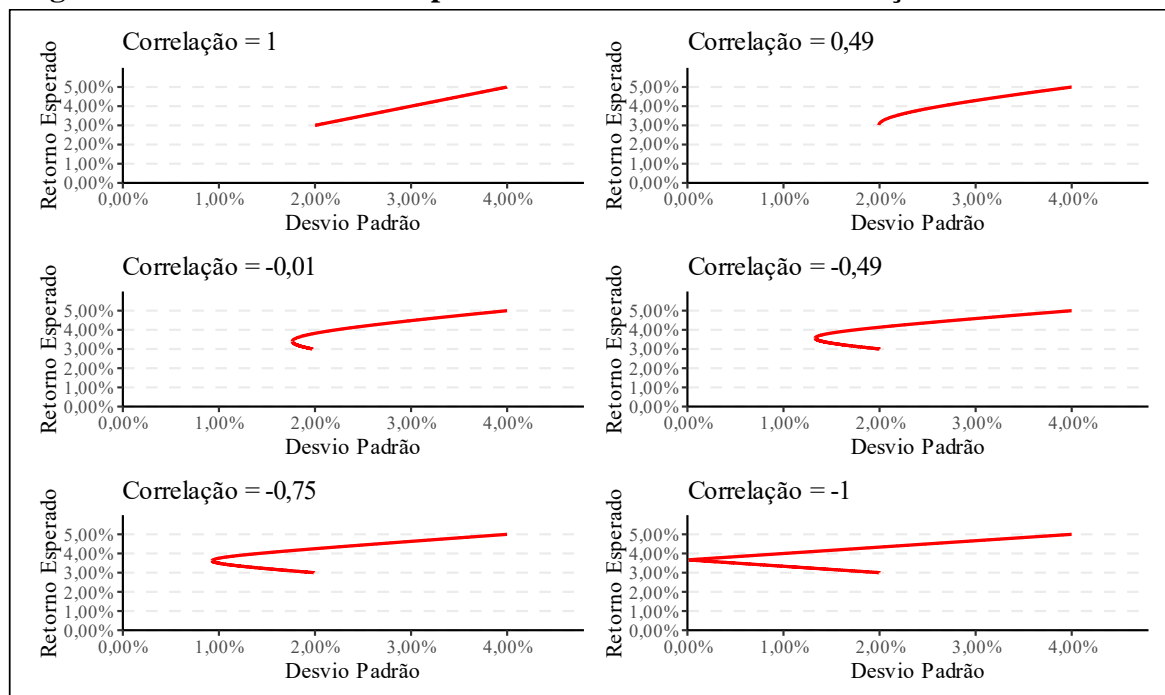
$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \tag{8}$$

Substituindo a expressão (8) na expressão (5), obtemos:

$$\sigma_p = \left( \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \right)^{1/2} \tag{9}$$

Segundo Assaf Neto (2014) e Elton *et al.* (2012), o risco da carteira diminui à medida que a correlação entre os ativos diminui. A análise da Figura 2 permite compreender melhor essa afirmação. Nela, estão ilustradas diversas curvas para diferentes níveis de correlação entre dois ativos, desde 1 (correlação positiva perfeita) até  $-1$  (correlação negativa perfeita).

**Figura 2 – Fronteira eficiente para diferentes valores de correlação entre dois ativos**



Fonte: Elaboração própria a partir de simulações realizadas.

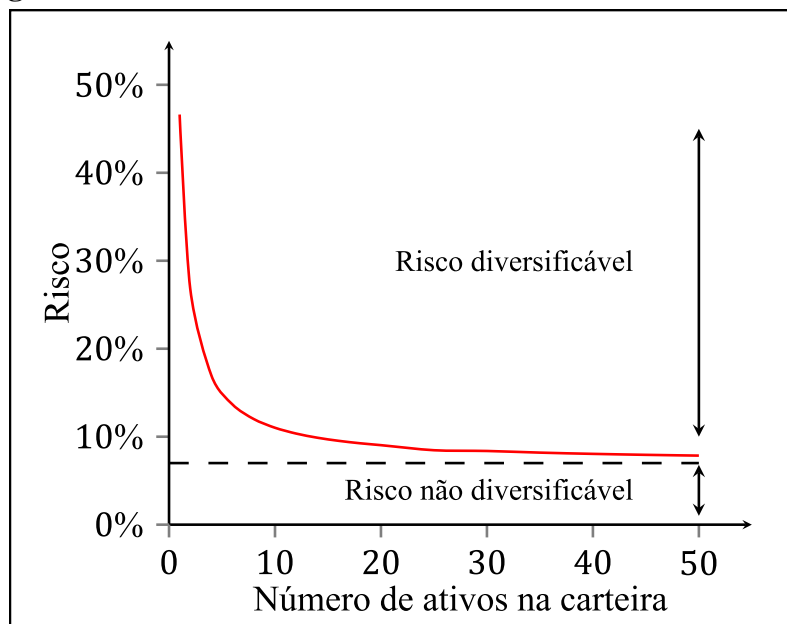
Note que, quanto mais próximo de  $-1$  for a correlação entre os dois ativos, menor é o risco (desvio padrão) e, portanto, maiores são as vantagens de se diversificar. No entanto, conforme observa Ross *et al.* (2015), a maioria dos ativos disponíveis no mercado possuem correlação positiva entre si e casos em que dois ativos apresentam uma correlação positiva ou negativa perfeita são pouco prováveis.

Desse modo, percebemos a importância da diversificação na redução do risco da carteira. Nesse sentido, Elton *et al.* (2012) demonstram que o risco de uma carteira se aproxima da covariância média dos ativos à medida que o número de títulos presentes na carteira se torna cada vez maior. Admitindo que o percentual investido em cada ativo do portfólio seja o mesmo, isto é,  $X_i = 1/N, \forall i$ , a equação (5) pode ser reescrita como:

$$\sigma_p = \left( \frac{1}{N} \bar{\sigma}_i^2 + \frac{N-1}{N} \bar{\sigma}_{ij} \right)^{1/2} \quad (10)$$

À medida que  $N$  cresce,  $1/N$  se aproxima de zero e  $(N-1)/N$  se aproxima de 1. Portanto, com  $N$  suficientemente grande, a contribuição da variância dos ativos individuais,  $\frac{1}{N} \bar{\sigma}_i^2$ , para a variância da carteira declina e se torna menos relevante quando comparado a covariância média. Desse modo, a diversificação praticamente elimina o risco individual dos títulos, mas não é capaz de eliminar o risco advindo dos termos da covariância, conforme ilustrado na Figura 3 (ELTON *et al.*, 2012).

**Figura 3 – Efeito do número de ativos sobre o risco da carteira**



Fonte: Elton *et al.* (2012).

Nesse sentido, Gitman (2004), Elton *et al.* (2012) e Ross *et al.* (2015) apontam que o risco que pode ser reduzido através da diversificação, é chamado de risco não sistemático ou risco diversificável, pois é aquele relacionado as características de determinado ativo e geralmente

está associado a causas aleatórias. Já o risco que não é afetado pela diversificação, é conhecido como risco sistemático ou risco não diversificável, pois está ligado as flutuações econômicas que afetam o mercado de modo geral.

### 3 CAPITAL MARKET LINE E O ÍNDICE DE SHARPE

Sharpe (1964) admitiu a possibilidade de os investidores poderem distribuir seus recursos entre uma carteira composta por ativos de risco e um título seguro, livre de risco. Segundo Elton *et al.* (2012), pode-se considerar um ativo sem risco aquele que oferece um retorno certo para determinado período. No Brasil, isso equivale a poupança ou a um título prefixado do Tesouro Direto, por exemplo.

Admita um investidor que tenha a composição da carteira de ativos de risco já determinada. Se ele deseja investir uma certa quantia  $X$  nesse portfólio de risco,  $(1 - X)$  será o percentual aplicado no ativo sem risco. Seja  $p$  a carteira de risco e  $F$  o ativo sem risco, então  $\bar{R}_p$  denota o retorno esperado da carteira de risco e  $\bar{R}_F$  a taxa de retorno do ativo livre de risco. Dessa forma, conforme Elton *et al.* (2012), o retorno esperado dessa combinação,  $\bar{R}_c$ , é dado por:

$$\bar{R}_c = X\bar{R}_p + (1 - X)\bar{R}_F \quad (11)$$

e o risco,  $\sigma_c$ , por:

$$\sigma_c = [(1 - X)^2\sigma_F^2 + X^2\sigma_p^2 + 2X(1 - X)\sigma_p\sigma_F\rho_{Fp}]^{1/2} \quad (12)$$

Como, por definição, o ativo livre de risco não apresenta volatilidade, seu desvio padrão e sua covariância são iguais a zero. Logo, a definição do risco se reduz a:

$$\sigma_c = X\sigma_p \quad (13)$$

Quando isolamos  $X$  do lado esquerdo da equação (13) e substituímos na equação (11), obtemos:

$$\bar{R}_c = \bar{R}_F + \left( \frac{\bar{R}_p - \bar{R}_F}{\sigma_p} \right) \sigma_c \quad (14)$$

Ao colocarmos todas as diferentes combinações entre o ativo livre de risco e o portfólio de risco em um gráfico com desvio padrão no eixo horizontal e retorno esperado no eixo vertical, obtemos a chamada *Capital Market Line (CML)*, que pode ser interpretada, de acordo com Ross *et al.* (2015), como “o conjunto eficiente de todos os ativos, com e sem risco”. A inclinação dessa reta é dada pelo índice de Sharpe (equação 15), proposto por Sharpe (1964), que o definiu como sendo um índice de retorno de volatilidade, obtido dividindo-se o prêmio pelo risco ou retorno excedente (diferença entre o retorno esperado da carteira e a taxa livre de risco) pelo desvio padrão da carteira (SHARPE, 1964; BODIE; KANE; MARCUS, 2010).

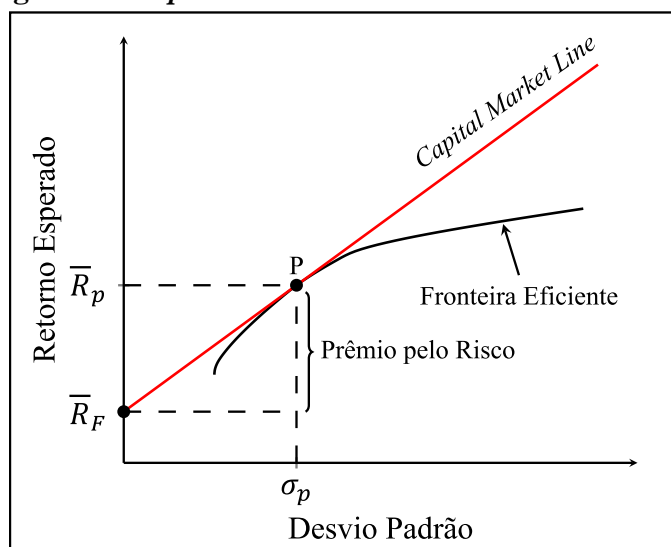
$$IS_p = \frac{\bar{R}_p - \bar{R}_F}{\sigma_p} \quad (15)$$

A CML está ilustrada na Figura 4. No ponto inicial da linha, todo o dinheiro do investidor está aplicado no ativo livre de risco. À medida que avançamos para direita ao longo dessa reta, a participação do portfólio de risco aumenta e a do ativo livre de risco diminui. Quando atingimos o ponto P, 100% dos recursos estão alocados no portfólio composto pelos ativos de risco.

Os pontos à direita de P, só podem ser obtidos se admitirmos que o investidor pode tomar financiamentos à taxa livre de risco. Nesse caso, o investidor manteria uma posição negativa no ativo sem risco e poderia investir acima de 100% nos ativos de risco, pois uma parte desse investimento seria financiado pelo empréstimo (ROSS *et al.* 2015).

O ponto P é ainda o ponto de tangência entre a CML e a fronteira eficiente, e representa a carteira ótima de ativos de risco. Quando existe a concessão e tomada de empréstimos à taxa sem risco, ela é a única carteira de risco que é preferível a todas as outras, pois apresenta o maior índice de Sharpe, ou seja, a melhor relação entre risco e retorno (ELTON *et al.*, 2012; ROSS *et al.*, 2015).

**Figura 4 – Capital Market Line e a Fronteira eficiente**



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Yahoo Finance.

#### 4 METODOLOGIA

Este estudo está sendo realizado a partir de revisão bibliográfica e implementação empírica do modelo de Markowitz e do índice de Sharpe para se estimar uma carteira ótima composta por ações de empresas negociadas no mercado nacional. Foram selecionadas ações de 12 empresas, de 4 diferentes setores, que possuem suas ações negociadas na Bolsa de Valores Brasileira (B3), a saber: Energia, Varejo, Financeiro e Siderurgia. Os setores foram escolhidos aleatoriamente, cada um deles formado por 3 empresas. Esses dados podem ser vistos no Quadro 1.



**Quadro 1 – Ações selecionadas e seus respectivos setores de atividade econômica**

Ativo / Código	Empresa	Setor
MGLU3.SA	Magazine Luiza	Varejo
VVAR3.SA	Via Varejo	Varejo
LAME4.SA	Lojas Americanas	Varejo
ENBR3.SA	EDP – Energias do Brasil	Energia
EGIE3.SA	Engie Brasil Energia	Energia
ENGI11.SA	Energisa Unt	Energia
ITSA4.SA	Itausa	Financeiro
BBDC4.SA	Banco Bradesco	Financeiro
BBAS3.SA	Banco do Brasil	Financeiro
GGBR4.SA	Gerdau	Siderurgia
CSNA3.SA	Companhia Siderúrgica Nacional	Siderurgia
USIM5.SA	Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais – Usiminas	Siderurgia

Fonte: Elaboração própria com informações obtidas no *Yahoo Finance*

A escolha do número de ativos vai de acordo com o apontado na literatura, de que os benefícios da diversificação, quanto à redução do risco, podem ser obtidos com um número não muito grande de ativos. Trabalhos como o de Evans e Archer (1968) indicam que 10 ativos é o número ideal para se compor uma carteira, pois qualquer adição acima deste limite tem um impacto irrelevante na redução do risco.

Por outro lado, Oda, Senger e Chára (1998) em um estudo sobre diversificação na Bolsa de Valores Brasileira, adotaram uma carteira com 14 ativos e demonstraram que esta foi capaz de superar os retornos médios de todos os fundos de investimento em ações durante o período analisado. Portanto, para este trabalho, foi delimitado um número intermediário entre os estudos citados.

Seguindo Bruni e Famá (1999), Zanini e Figueiredo (2005), Pereira *et al.* (2007) e Farias e Moura (2012), optou-se por utilizar dados em periodicidade mensal correspondentes aos preços de fechamento das ações no período de maio de 2012 a maio de 2021, obtidos no portal eletrônico do *Yahoo Finance*.

Para o ativo sem risco, foi utilizada uma taxa de 7,73% ao ano, equivalente a aproximadamente 0,62% ao mês, calculada baseado em uma média da rentabilidade da Letra do Tesouro Nacional com vencimento em 2024 (LTN/2024), título da dívida pública brasileira de taxa prefixada negociada via Tesouro Direto.

#### 4.1 FORMULAÇÃO ALGÉBRICA DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS

A carteira de mínima variância foi obtida resolvendo o seguinte problema de otimização:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (16)$$

Cujas restrições impostas são definidas por:

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (17)$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (18)$$

O portfólio de tangência é a carteira de ativos de risco com o maior índice de Sharpe, e foi obtido da seguinte forma:

$$\max IS_p = \frac{\bar{R}_p - \bar{R}_F}{\sigma_p} \quad (19)$$

sujeito as mesmas restrições definidas por (17) e (18).

Conforme aponta Bruni e Famá (1999), as restrições do problema variam de acordo com as hipóteses adotadas. Neste caso, estamos adotando a hipótese de que não é permitido vendas a descoberto, de modo que não se permite proporções negativas nas carteiras. Além disso, estamos assumindo que o investidor aplicará todos os seus fundos nos  $N$  ativos que irão compor a carteira, de maneira que o valor investido deve totalizar 100% dos recursos aplicados na carteira composta.

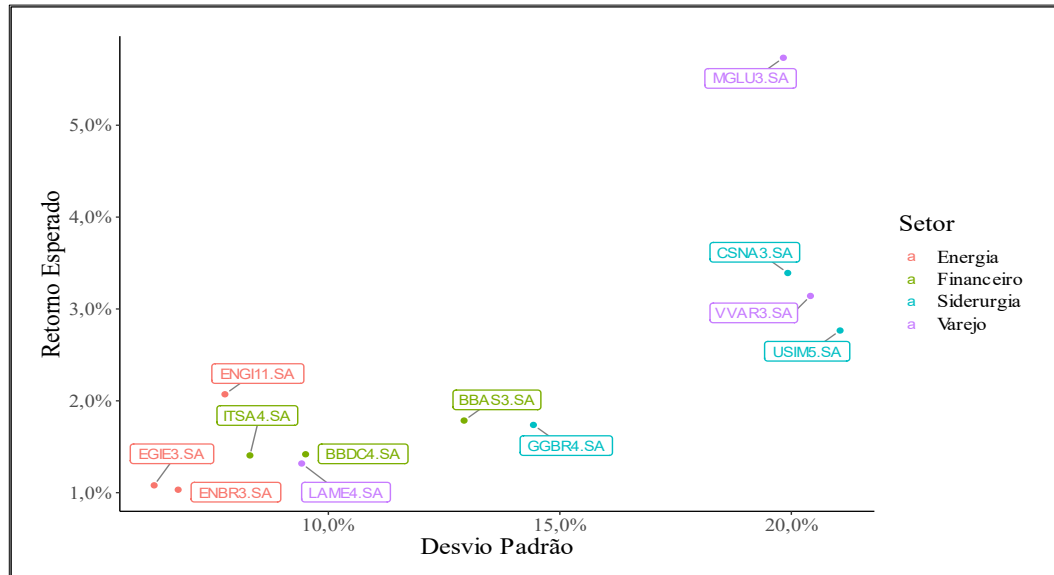
## 5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O objetivo deste trabalho é aplicar empiricamente os modelos desenvolvidos por Markowitz (1952) e Sharpe (1964) para otimizar um portfólio formado por 12 ações negociadas no mercado financeiro nacional de modo a encontrar a composição que ofereça a melhor relação risco-retorno. A partir dos preços de fechamento mensais das 12 ações selecionadas, foram calculados os retornos médios mensais e o desvio padrão entre os retornos de cada um dos ativos individualmente. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Figura 5.

Pode-se observar na Figura 5 que o ativo da Magazine Luiza (MGLU3.SA) tem o maior retorno quando comparado a todos os outros, cerca de 5,73% e, mesmo assim, não apresenta o maior risco – aproximadamente 19,83%. As ações USIM5.SA, VVAR3.SA e CSN3.SA são as que possuem os riscos mais elevados, sendo 21,05% para a primeira, 20,41% para a segunda e 19,92% para a terceira, mas ainda sim oferecem um retorno inferior ao de MGLU3.SA. Logo, pode se considerar que esses três ativos carregam um risco muito elevado dado o retorno que entregam. Desse modo, para um investidor mais tolerante ao risco que tivesse que escolher somente uma ação, seria mais vantajoso investir em MGLU3.SA. Já para um investidor com

grande aversão ao risco, a menor volatilidade fica por conta da ação EGIE3.SA, com um risco de aproximadamente 6,24% e retorno por volta de 1,08%.

**Figura 5 – Risco e retorno esperado para cada ativo selecionado**

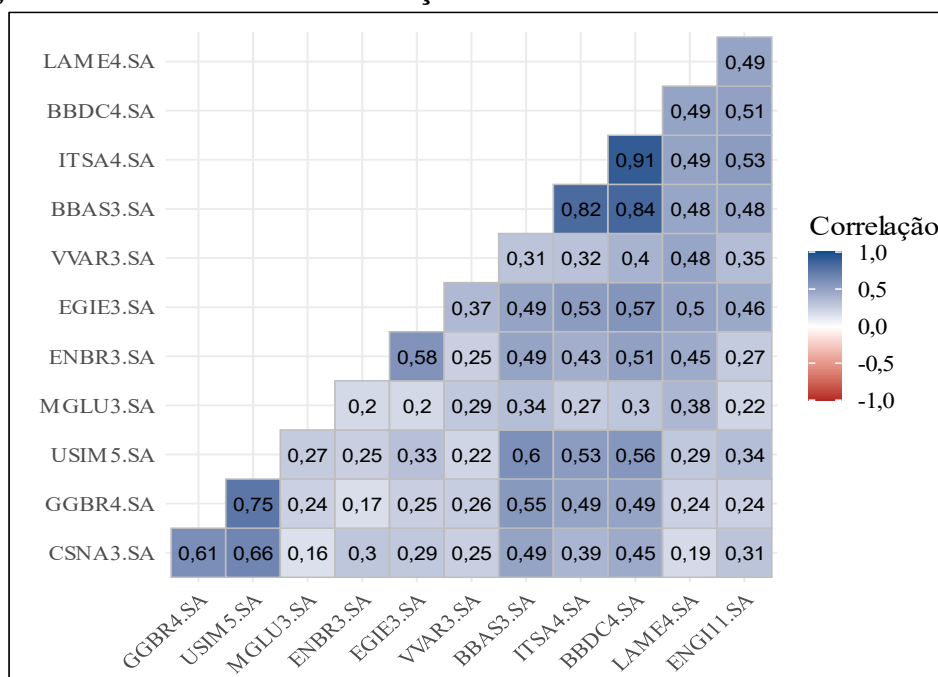


Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados das estimações.

A Figura 6 mostra a correlação entre os retornos dos ativos. Como podemos ver, todas as ações apresentam correlação positiva entre si, o que vai de acordo com o que já foi evidenciado anteriormente, de que a maioria dos ativos negociados no mercado acionário apresentam níveis de correlação entre 0 e 1 (ROSS *et al.* 2015). Vale notar que os maiores níveis de correlação ficaram entre as empresas do setor financeiro, indicando um alto grau de dependência entre os bancos. Esses ativos chegam próximos de apresentar uma correlação positiva perfeita entre si.

A fronteira eficiente para esse conjunto de ativos, bem como a carteira com o melhor índice de Sharpe estão ilustradas na Figura 7. Da Figura 7, temos que a fronteira gerada parte da carteira de menor risco, com retorno esperado e desvio padrão de 1,34% e 5,40%, respectivamente, e vai até o portfólio composto 100% por MGLU3.SA que, como foi visto na Figura 5, apresenta o maior retorno esperado.

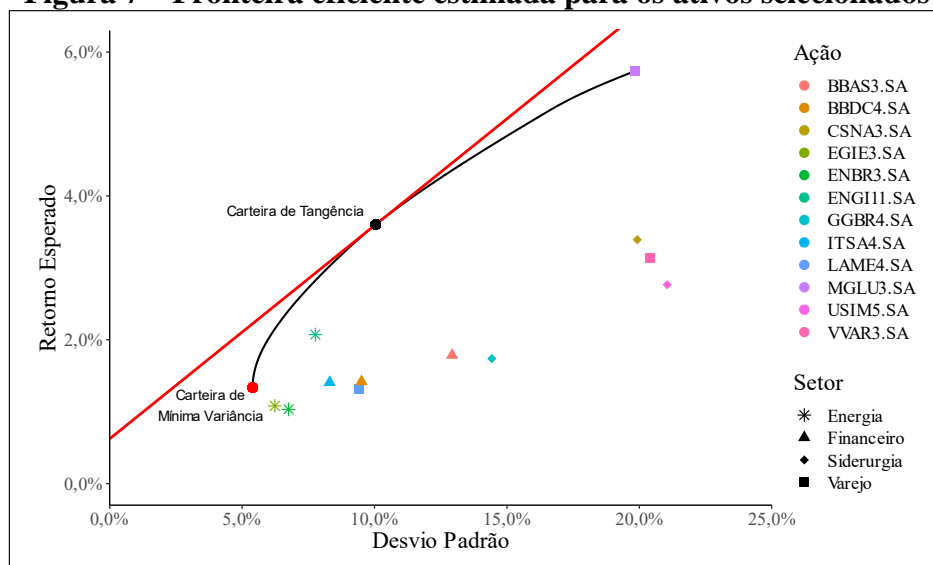
Figura 6 – Coeficientes de correlação entre os retornos dos ativos da carteira



Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados das estimações

A Figura 7 ainda evidência os efeitos positivos da diversificação, onde um investidor consegue aumentar significativamente seus retornos para um dado nível de risco por meio da otimização de carteira.

Figura 7 – Fronteira eficiente estimada para os ativos selecionados



Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados das estimações

De acordo com as definições para o índice de Sharpe, a carteira que apresenta o melhor desempenho é a carteira que se localiza exatamente no ponto de tangência entre a fronteira eficiente e a CML. Sua composição, bem como a da carteira de variância mínima é apresentada na Tabela 1.

**Tabela 1 – Composição das carteiras de tangência e de mínima variância**

Título / Código	Carteira de Tangência	Carteira de Mínima Variância
MGLU3.SA	37,68%	0,00%
VVAR3.SA	0,12%	0,00%
LAME4.SA	0,00%	0,00%
ENBR3.SA	0,00%	35,24%
EGIE3.SA	0,00%	35,88%
ENGI11.SA	50,79%	24,70%
ITSA4.SA	0,00%	0,00%
BBDC4.SA	0,00%	0,00%
BBAS3.SA	0,00%	0,00%
GGBR4.SA	0,00%	4,18%
CSNA3.SA	11,42%	0,00%
USIM5.SA	0,00%	0,00%
Retorno Esperado	3,60%	1,34%
Desvio Padrão	10,05%	5,40%

Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados das estimações

Da Tabela 1 é possível verificar que o portfólio que oferece a melhor relação entre risco e retorno é formado através da combinação das ações da Magazine Luiza, da Via Varejo, da Companhia Siderúrgica Nacional e do Grupo Energisa, MGLU3.SA, VVAR3.SA, CSNA3.SA e ENGI11.SA, respectivamente. A otimização sugere que o investimento nessa carteira deveria ser dividido de modo que 50,79% seja destinado para alocação em ENGI11.SA, 37,68% para MGLU3.SA, 11,42% para CSNA3.SA, 0,12% para a VVAR3.SA, e nada no restante. O retorno esperado e o risco dessa combinação são de 3,60% e 10,05%, respectivamente. Quanto a carteira de risco mínimo, as proporções ótimas encontradas foram 35,24% em ENBR3.SA, 35,88% em EGIE3.SA, 24,70% em ENGI11.SA e 4,18% em GGBR4.SA. O risco dessa carteira é inferior em quase metade ao da carteira ótima, aproximadamente 5,40%, e seu retorno esperado é 1,34%.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria de Markowitz propõe a diversificação de uma carteira como medida para a redução do risco associado ao investimento e criação de portfólios eficientes. Neste artigo, foi apresentado a base teórica e matemática que está por trás desse modelo, bem como as grandes contribuições que dele surgiram, como as desenvolvidas por Sharpe, em 1964.

Utilizando os métodos de otimização propostos por Markowitz e Sharpe, o presente trabalho buscou otimizar um portfólio de risco composto por 12 ações de empresas de 4 setores

diferentes listadas na Bolsa de Valores Brasileira: Energia, Varejo, Financeiro e Siderurgia. Foram coletados os preços de fechamento mensais de cada empresa no intervalo de tempo que vai de maio de 2012 a maio de 2021. De posse dessas informações, foram gerados os *inputs* necessários para a otimização de um portfólio de investimentos.

Como resultado, foi obtida uma carteira ótima composta por 4 das 12 ações selecionadas: 37,68% de MGLU3.SA, 0,12% de VVAR3.SA, 11,42% de CSNA3.SA e 50,79% de ENGI11.SA. O retorno esperado e o risco dessa carteira foram de 3,60% e 10,05%, respectivamente. Enquanto a carteira de mínima variância ficou composta por 35,24% de ENBR3.SA, 35,88% de EGIE3.SA, 24,70% de ENGI11.SA e 4,18% de GGBR4.SA, com retorno esperado de 1,34% e risco de 5,40%.

Os resultados apenas comprovam o que já é amplamente falado e consolidado na teoria das finanças, de que a diversificação permite ao investidor obter a melhor relação entre risco e retorno. Cabe-se ressaltar, no entanto, que o funcionamento dos mercados é algo bem mais complexo do que foi apresentado aqui e que os resultados obtidos não devem ser interpretados em nenhum momento como recomendações de investimentos. De todo modo, a compreensão dos modelos aqui descritos é fundamental para aquele que deseja se aventurar no amplo universo dos investimentos.

## REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2014.

BERNSTEIN, Peter L. **Capital ideas: the improbable origins of modern Wall Street**. New York: John Wiley & Sons, 2005.

BERNSTEIN, Peter L. **Desafio aos deuses: a fascinante história do risco**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Investimentos**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

BRUNI, Adriano Leal; FAMÁ, Rubens. Moderna teoria de portfólios: é possível captar, na prática, os benefícios decorrentes de sua utilização? **Resenha BM&F**, n. 128, p. 19–34, dez. 1999. Disponível em: <http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/25484>. Acesso em: 20 mai. 2021.

ELTON, Edwin J. *et al.* **Moderna teoria de carteiras e análises de investimentos**. 8. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

EVANS, John L.; ARCHER, Stephen H. Diversification and the reduction of dispersion: an empirical analysis. **The Journal of Finance**, v. 23, n. 5, p. 761–767, dez. 1968. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2325905> Acesso em: 21 mai. 2021.

FARIAS, Tácito Augusto; MOURA, Fábio Rodrigues. Carteiras eficientes e ingênuas: uma análise comparativa com o uso do modelo de Markowitz. **Registro Contábil (ReCont)**, v. 3, n. 2, p. 75–103, 2012. Disponível em:

<https://www.seer.ufal.br/index.php/registrocontabil/article/view/509>. Acesso em: 5 mai. 2021.

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de administração financeira**. 10. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, mar. 1952. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974?seq=> Acesso em: 22 abr. 2021.

NICHOLSON, Walter; SNYDER, Christopher. **Microeconomic theory: basic principles and extensions**. 12. ed. Boston: Cengage Learning, 2017.

ODA, André Luiz; SENGER, Maria Carlota Morandin; CHÁRA, Alexandre Noboru. Um estudo sobre diversificação na bolsa de valores de São Paulo. *In*: ENCONTRO NACIONAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO – ENANPAD, 22., 1998, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu: ANPAD, 1998. Disponível em: [http://www.anpad.org.br/eventos.php?cod\\_evento=1&cod\\_evento\\_edicao=2&cod\\_edicao\\_su\\_bsecao=53](http://www.anpad.org.br/eventos.php?cod_evento=1&cod_evento_edicao=2&cod_edicao_su_bsecao=53). Acesso em: 19 mai. 2021.

PEREIRA, Luiz Carlos *et al.* Os fundos de ações e a alocação ótima de ativos proposta por Markowitz. **Revista Dissertar**, v. 1, n. 10 e 11, p. 50–56, jun. 2007. Disponível em: <http://revistadissertar.adesa.com.br/index.php/revistadissertar/article/view/127>. Acesso em: 10 mai. 2021.

ROSS, Stephen A. *et al.* **Administração financeira**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2015.

SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425–442, set. 1964. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>. Acesso em: 25 abr. 2021.

ZANINI, Francisco Antônio Mesquita; FIGUEIREDO, Antonio Carlos. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 6, n. 2, p. 38–64, 2005. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=195416193003>. Acesso em: 1 mai. 2021.