

## UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR ENTRE ARTE E MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

### AN INTERDISCIPLINARY PROPOSAL BETWEEN ART AND MATHEMATICS FOR THE TEACHING OF GEOMETRY

Kaísa Caroline Costa Moreira<sup>1</sup> - UFMS  
Gerson dos Santos Farias<sup>2</sup> - UFMS  
Eugenia Brunilda Opazo Uribe<sup>3</sup> - UFMS

#### RESUMO

O trabalho foi desenvolvido com o objetivo de realizar um estudo sobre as dificuldades enfrentadas por professores de matemática no ensino de geometria. Para alcançar o objetivo proposto, foram realizados um estudo documental e a análise de entrevistas com professores. O estudo possibilitou a construção de um referencial teórico que permite apontar dificuldades historicamente presentes no processo de ensino e aprendizagem de geometria, além de incluir problemas apontados recentemente. À luz de tais obstáculos e especificidades, propõe-se um trabalho que relaciona arte e matemática, a fim de dinamizar e tornar mais atraente o ensino de geometria, explorando a construção de mosaicos, bem como sua aplicação no formato de oficinas pedagógicas adaptáveis a faixas etárias diferentes, de acordo com a profundidade dos conceitos explorados e com o grau de maturidade dos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Teoria de Van Hiele; Pensamento Geométrico; Ensino e Aprendizagem; Mosaicos; Formação de Professores.

#### ABSTRACT

The work was developed with the aim of conducting a study on the difficulties faced by Mathematics teachers in teaching geometry. To achieve the proposed objective, a documental study and the analysis of interviews with teachers. The study enabled the construction of a theoretical framework that allows us to point out difficulties historically present in the teaching and learning process of geometry, in addition to including problems that have been pointed out recently. In light of such obstacles and specificities, it is proposed a work that links Art and Mathematics, in order to streamline and make the teaching of geometry more attractive, exploring the construction of mosaics, as well as its application in the format of pedagogical workshops adaptable to tracks different ages, according to the depth of the concepts explored and the degree of maturity of the knowledge acquired by the students.

**KEYWORDS:** Van Hiele Theory; Geometric Thinking; Teaching and Learning; Mosaics; Teacher Training.

DOI: 10.21920/recei72021724101115  
<http://dx.doi.org/10.21920/recei72021724101115>

<sup>1</sup>Graduanda em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, *Campus* de Três Lagoas. Bolsista do PET Conexões de Saberes Matemática UFMS/CPTL. E-mail: [kaisa.costa@ufms.br](mailto:kaisa.costa@ufms.br) / ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0477-6458>.

<sup>2</sup>Mestrando em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Bolsista da Coordenação Pessoal de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Petiano Egresso do PET Conexões de Saberes Matemática. UFMS/CPTL. E-mail: [gerson.farias@ufms.br](mailto:gerson.farias@ufms.br) / ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5941-8095>.

<sup>3</sup>Professora do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, *Campus* de Três Lagoas. Tutora do PET Conexões de Saberes Matemática UFMS/CPTL. E-mail: [eugenia.uribe@ufms.br](mailto:eugenia.uribe@ufms.br) / ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9517-0007>.

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta resultados de uma atividade de pesquisa desenvolvida no âmbito do Programa de Educação Tutorial (PET), com o objetivo de investigar as dificuldades enfrentadas, atualmente, por professores de Matemática no ensino de geometria, tendo como base um estudo documental e a análise de entrevistas realizadas com professores em exercício da cidade de Três Lagoas/MS e região.

O estudo possibilitou a construção de um referencial teórico que permite apontar dificuldades historicamente presentes no processo de ensino e aprendizagem de geometria, além de incluir problemas apontados recentemente pelos professores entrevistados.

Para entender as dificuldades presentes em sala de aula em relação ao ensino de geometria, principalmente na região de Três Lagoas/MS, foram entrevistados 10 professores de Matemática em exercício, os quais foram consultados sobre sua formação inicial, tempo em sala de aula, segmento em que atuam, interesse dos alunos, metodologias utilizadas, dificuldades encontradas, entre outros aspectos.

Como resultados do estudo, a presente investigação apontou as dificuldades enfrentadas por professores de Matemática no ensino de geometria; chamando a atenção para a possibilidade de explorar a relação entre Arte e Matemática para o ensino de geometria e apontando a necessidade de revisão dos projetos pedagógicos dos cursos de Licenciatura em Matemática para atender as necessidades formativas dos futuros professores.

## DIFICULDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA

É difícil estabelecer uma origem para a geometria. Boyer (1974, p. 4) reconhece que “[...] afirmações sobre as origens da Matemática, seja da aritmética seja da geometria, são necessariamente arriscadas, pois os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever”. O autor relata o aparecimento de desenhos e figuras que, ao longo da história, têm sido encontradas em artefatos utilizados pelo homem.

O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar (BOYER, 1974, p. 5).

Assim, a geometria se encontra naturalmente presente no dia a dia do homem desde os primórdios da história e seu estudo tem permitido a medição de terras, a realização de construções e viagens, dentre outras atividades importantes para o ser humano.

Apesar da presença constante da geometria no cotidiano das pessoas, na natureza, na Arte e na Arquitetura, além da necessidade de conhecimentos geométricos para resolver problemas reais, o ensino de geometria enfrenta uma série de dificuldades, que vêm sendo relatadas na literatura por diversos autores.

Lorenzato (1995) fala sobre a existência de uma omissão geométrica, que se relaciona com os conhecimentos geométricos dos professores e com os livros didáticos, que, na maioria das vezes, apresentam a geometria como o último tópico a ser estudado. Como resultado de uma

pesquisa realizada com 255 professores com cerca de 10 anos de experiência no magistério e atuação na primeira etapa do ensino fundamental, o autor verificou que

[...] somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos alunos. Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (LORENZATO, 1995, p. 3).

O autor reflete, ainda, sobre o livro didático e aponta como segunda causa da omissão geométrica a

[...] exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligada de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo (LORENZATO, 1995, p. 4).

Uma década depois, Crescenti (2005) ainda aponta o abandono da geometria e apresenta uma pesquisa que busca conhecer melhor a realidade escolar, ouvindo professores sobre o ensino do conteúdo.

Sena e Dorneles (2013) realizaram uma pesquisa teórica analisando resumos do banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), no período de 1991 a 2011. Um dos resultados da pesquisa mostrou, segundo as autoras, o descaso com a geometria, assim como a falta de preparo do professor no trato dessa área de conhecimento.

As duas últimas décadas de pesquisa em geometria revelam que o estudo dessa área não é uma das prioridades no ensino da Matemática, apontando para um descaso que parte do processo histórico e se faz presente no cotidiano atual. Entre os desafios, persiste a falta de preparo dos professores para trabalhar com a Matemática de forma geral, especialmente a geometria, analisada um pouco mais através do recorte obtido (SENA; DORNELES, 2013, p. 154).

No campo da Educação Matemática, são diversos os autores que evidenciam o abandono da geometria. Pavanello (1989), por exemplo, acredita que o problema reside na falta de tempo ou até mesmo na dificuldade em abordar conceitos geométricos.

Já para Gazire (2000), um dos motivos do esquecimento da geometria se concentra no fato de ela ser trabalhada de maneira desinteressante e sem sentido, resultado de problemas advindos da formação de professores. Segundo a autora, na tese intitulada *O não resgate das geometrias*, é possível destacar alguns dos motivos que dificultam a valorização da geometria no ensino, pois os professores:

a) são vítimas de um ciclo vicioso (não aprenderam geometria, logo não vão ensinar geometria); b) possuem dificuldades em romper com os procedimentos

tradicionais da aula expositiva; c) de modo geral, relacionam a geometria apenas a assuntos que possibilitam o algebrismo e cálculos; d) não têm informações quanto às demais alternativas de ensino da geometria, senão as algébricas e aritméticas; e) possuem opiniões sobre a geometria baseadas em frases que ouvem dizer sobre os benefícios da geometria, mas nunca experimentaram a efetividade destes benefícios, o que transforma seu discurso em um discurso vazio; f) seguem textos didáticos não adequados e que abarcam a geometria apenas nas seções finais, o que reserva para a abordagem da geometria um menor espaço de tempo; g) não possuem acesso a uma bibliografia adequada de geometria, o que ocasiona um maior apego ao livro didático, o único material que conhecem que aborda o assunto; h) utilizam de forma inadequada o material concreto, pois reduzem essa utilização apenas ao ato de mostrá-lo aos alunos; i) sabem que mudanças no ensino de geometria podem acarretar em repressão por parte dos pais dos alunos que, por não terem aprendido geometria durante sua escolarização, creem que a matemática está ligada ao trabalho com os números, ideia reforçada em concursos e exames vestibulares; j) sentem falta do apoio de lideranças ou autoridades no desbravamento de caminhos para o ensino de geometria e seu encorajamento no desbravamento desses caminhos (GAZIRE, 2000 apud CALDATTO; PAVANELLO, 2015, p. 124).

Os motivos elencados se relacionam diretamente com a prática docente exercida na sala de aula de Matemática, sendo esses alguns traços históricos quanto às dificuldades para o ensino de geometria no Brasil. Tendo em vista a formação de professores de Matemática, torna-se evidente a questão da reprodução de modelos de formação, dito de outra forma, se o licenciando em Matemática não aprendeu geometria, possivelmente não irá ensiná-la. Ou até mesmo, se aprendeu geometria exclusivamente por meio de algebrização e cálculos, é provável que, futuramente, alicerçará o ensino de geometria levando em conta essa configuração. Não obstante, quando se trata da formação do professor de Matemática, é preciso observar a forma como a Geometria foi trabalhada durante o curso de licenciatura, pois esse movimento de aquisição e produção do conteúdo, possivelmente, repercutirá no exercício do trabalho docente. Acerca disso, Nacarato e Passos (2003, p. 32) evidenciam que

A nossa experiência como professoras e como formadoras de professores tem nos apontado que esse movimento de recuperação do ensino de geometria não atingiu ainda a maioria das escolas brasileiras, principalmente as públicas e as séries iniciais do Ensino Fundamental [...].

Essa realidade leva as pesquisadoras a concluírem que “[...] o problema maior do abandono do ensino da geometria reside na formação do professor” (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 35). Apesar das dificuldades encontradas, a geometria precisa ter um lugar garantido no rol de conteúdos de Matemática da educação básica. Sua importância já era apontada por Lorenzato (1995, p. 5), que destacou que ela exige do aluno “[...] uma maneira específica de raciocinar; isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria”. O autor identifica como problema desenvolver apenas a aritmetização ou algebrização do raciocínio e defende a necessidade de desenvolver o pensamento geométrico ou raciocínio visual, já que

[...] sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria

como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p. 5).

O desenvolvimento do pensamento geométrico tem lugar de destaque também nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. [...]. Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, etc. Dessa exploração resultará o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.) e a identificação de suas propriedades (BRASIL, 1997, p. 82).

Ao descrever o campo de estudos da Geometria, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também destaca a necessidade de desenvolvimento do pensamento geométrico para investigação, construção de conjecturas e argumentos.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 271).

Considerando o destaque que recebe na literatura e em documentos norteadores do trabalho dos professores de Matemática da Educação Básica, como os PCNs e a BNCC, os autores do presente artigo avaliam que é importante focalizar estudos que abordem a construção do pensamento geométrico. Assim, incluiu-se no referencial teórico do presente estudo o Modelo do Pensamento Geométrico de Van Hiele que, segundo Cardoso (2015, p. 2), “[...] tem sido considerado como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria”. Dessa maneira, esse modelo representa as perspectivas descritas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e está de acordo com a Base Nacional Comum Curricular.

## A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E O MODELO VAN HIELE

Existem muitos documentos e referências que abordam o Pensamento Geométrico e a importância de seu desenvolvimento com os alunos, mas é difícil encontrar referências que assumam o que se entende por esse conceito. Costa (2019) realizou um estudo de revisão sobre educação geométrica e constata essa questão, afirmando que,

Ao realizarmos um mapeamento sobre as pesquisas desenvolvidas no campo da educação geométrica, evidenciamos que diferentes autores [...] falam sobre pensamento geométrico. Embora exista uma concordância sobre a relevância de promover o desenvolvimento desse pensamento nos discentes do ensino básico, esses estudos não apresentam uma definição clara para esse termo, perdurando uma falta de consenso acerca do significado dessa instância do pensamento matemático (COSTA, 2019, p. 63).

O autor analisa e compara a construção do conceito de vários autores, fazendo uma sistematização sobre as concepções feitas para depois estabelecer sua própria compreensão sobre o pensamento geométrico. Ao fazer a sistematização sobre as concepções feitas pelos autores estudados por ele, Costa (2019, p. 110) deixa claro que existe consenso, em alguns aspectos, entre os autores: “Todos os autores, por exemplo, consideram o pensamento geométrico como uma capacidade mental de construir conhecimentos geométricos”. O autor também deixa evidente que existem algumas diferenças entre as concepções dos autores que ele estudou, explicitando que “[...] essa unanimidade não ocorre na compreensão desses pesquisadores sobre o modo como esse processo de construção ocorre” (COSTA, 2019, p. 110).

Para Costa (2019, p. 118) é possível considerar que “[...] o pensamento geométrico é a capacidade mental de construir conhecimentos geométricos, de aplicar de modo coerente os instrumentos geométricos na resolução de problemas”. O autor esclarece ainda que utiliza o termo instrumentos geométricos, tanto para os processos mentais utilizados para resolver problemas ou compreender um assunto, como também as ferramentas tecnológicas utilizadas nessas situações como régua, compasso, software de Geometria etc. Costa (2019, p. 138) assim como outros autores reconhecem a existência de diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico; de fato, o autor afirma que “[...] um aluno do ensino básico pode transitar por etapas, dimensões, graus, ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico”. Entre os modelos que apresentam uma organização do desenvolvimento do pensamento geométrico em níveis existe um destaque para o modelo de Van Hiele.

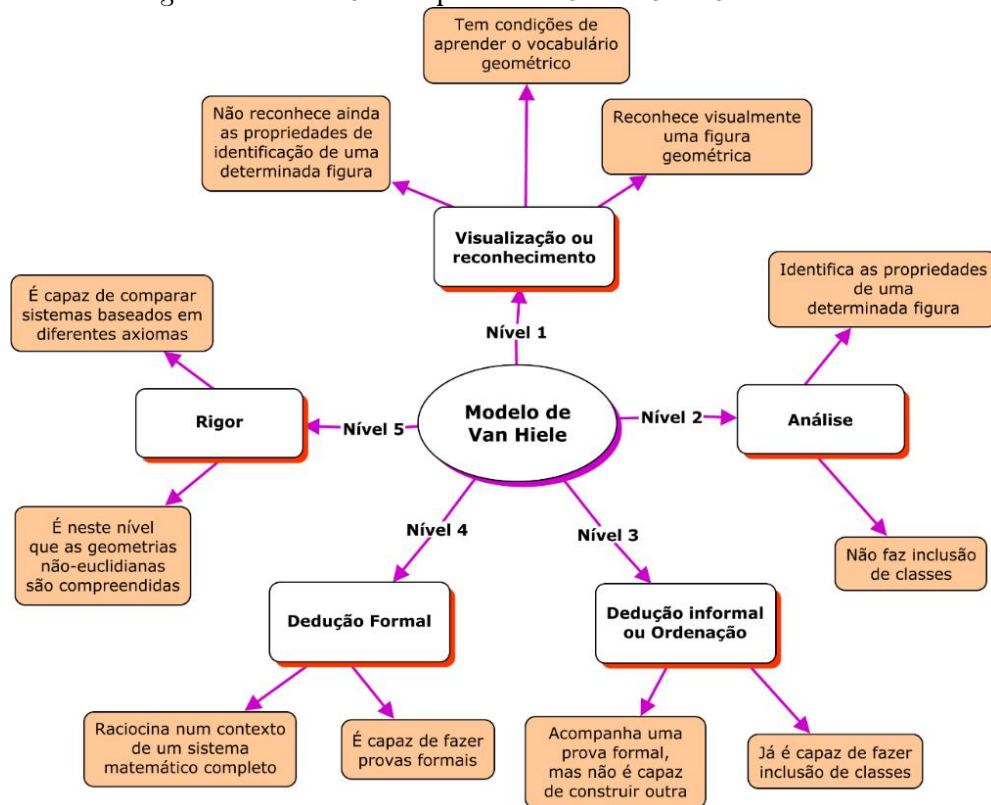
Segundo Villiers (2010), a teoria de Van Hiele teve origem nas teses de doutorado de Dina Van Hiele-Geldof e de seu marido, Pierre van Hiele, na Universidade de Utrecht, Holanda, em 1957. Para Cardoso (2015, p. 3), o estudo dos Van Hiele aponta que

- a aprendizagem de geometria ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento;
- quando o ensinamento ocorre em um nível cognitivo acima do que o aluno se encontra, os conceitos não são compreendidos e fixados;
- o crescimento relativo à idade não produz automaticamente um crescimento no nível do pensamento geométrico.

O modelo do casal Van Hiele estabelece cinco níveis de pensamento em relação ao conhecimento geométrico que devem ser atingidos pelos alunos durante a aprendizagem. A

Figura 1 apresenta detalhes sobre cada um desses níveis, contribuindo para nos ajudar a perceber as características do processo de pensamento dos estudantes em geometria.

Figura 1. Níveis de compreensão do modelo de Van Hiele



Fonte: Adaptado de Alves e Sampaio (2010, p. 70).

Cabe destacar a importância da visualização na construção do pensamento geométrico como ponto de partida ou elemento disparador do processo de ensino e aprendizagem de geometria. Nacarato e Passos (2003, p. 78) registram esse destaque afirmando que “A visualização pode ser considerada como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto”.

Fica claro, assim, que a visualização e a representação são essenciais para a formação do pensamento geométrico, principalmente a visualização, que é necessária para a percepção do espaço. Esse nível de visualização permite que os alunos consigam perceber/interagir de maneira efetiva com atividades que possam guiá-los a reconhecerem sua própria realidade, deixando-os à vontade para criar, desenvolver figuras, ter contato com objetos e fazer relações, proporcionando um ambiente lúdico favorável à aprendizagem e à construção de conhecimentos matemáticos.

Por outro lado, os trabalhos e estudos dos Van Hiele revelaram a falta de harmonia entre o ensino e a aprendizagem de geometria, uma vez que, quando os ensinamentos são apresentados acima do nível de conhecimento do estudante, o conteúdo não é bem assimilado e, facilmente, pode se perder na memória. Por isso, muitas vezes, os discentes adotam concepções erradas, que permanecem em um constante ciclo de repetições.

Os Van Hiele atribuíram a principal razão da falha do currículo de geometria tradicional ao fato de que o currículo era apresentado em um nível mais alto do

que o dos alunos, ou seja, eles não conseguiam entender o professor e o professor não conseguia entender o porquê eles não conseguiam entender! (VILLIERS, 2010, p. 401).

Logo, cada nível tem uma representação que faz com que os estudantes percebam o que estão fazendo ou por que estão fazendo algo. Ademais, a transição de um nível para outro exige um nível de maturidade geométrica que cada aluno precisa atingir. Assim, o professor precisa estar atento a esses níveis e aos avanços dos alunos para tomar decisões, por exemplo, quanto à escolha de conteúdos e às formas de abordagem. Em relação a essas decisões, Nagata (2016, p. 16) destaca que

O Modelo Van Hiele ajudará o professor na escolha do que é mais adequado abordar e a linguagem adequada a ser utilizada em cada momento do aluno, escolhendo de forma coerente as atividades a serem aplicadas, facilitando o seu trabalho e auxiliando o aluno na transição de um nível ao outro, trazendo a compreensão do que está sendo ensinado e diminuindo a persistência das falhas de aprendizagem. O professor, tendo bom entendimento dos níveis, como suas características e linguagens bem definidas, possibilitará uma comunicação adequada com o aluno, sem se expressar formalmente até que o aluno tenha conhecimento suficiente para acompanhá-lo na linguagem de um nível mais elevado.

Assim, para que o processo de ensino e aprendizagem de geometria seja efetivado, é necessário dar atenção aos níveis de conhecimento geométrico atingidos pelos alunos, à escolha e à abordagem dos conteúdos, bem como à linguagem utilizada pelo professor.

## ENTREVISTA COM PROFESSORES EM EXERCÍCIO NA REGIÃO DE TRÊS LAGOAS/MS

Produzir pesquisa é desvendar caminhos. Sendo assim, para a realização do estudo, foi utilizada uma abordagem de investigação qualitativa, sobre a qual Bogdan e Biklen (1994) destacam cinco características: o caráter essencialmente descritivo; a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador o instrumento principal; o processo é mais importante do que os resultados; a análise dos dados é feita de forma indutiva; a perspectiva dos participantes e os significados atribuídos por eles são de vital importância.

A partir disso, como forma de produção de dados, foi empregada a técnica das entrevistas semiestruturadas, conforme orientam Boni e Quaresma (2005). Segundo as autoras, as entrevistas semiestruturadas

[...] combinam perguntas abertas e fechadas, onde o informante tem a possibilidade de discorrer sobre o tema proposto. O pesquisador deve seguir um conjunto de questões previamente definidas, mas ele o faz em um contexto muito semelhante ao de uma conversa informal. O entrevistador deve ficar atento para dirigir, no momento que achar oportuno, a discussão para o assunto que o interessa fazendo perguntas adicionais para elucidar questões que não ficaram claras ou ajudar a recompor o contexto da entrevista, caso o informante tenha “fugido” ao tema ou tenha dificuldades com ele. Esse tipo de entrevista é muito utilizado quando se deseja delimitar o volume das informações, obtendo



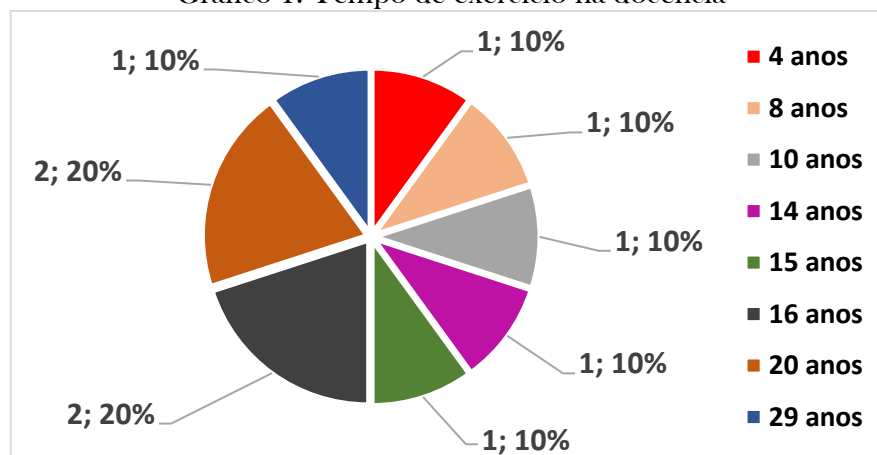
assim um direcionamento maior para o tema, intervindo a fim de que os objetivos sejam alcançados (BONI; QUARESMA, 2005, p. 75).

Nessa direção, as entrevistas semiestruturadas foram realizadas com foco nas dificuldades em relação ao ensino de geometria, principalmente na região de Três Lagoas/MS. Para compor o *corpus* de análise, foram selecionados 10 entrevistados, todos professores de Matemática em exercício, os quais foram consultados sobre sua formação inicial, tempo em sala de aula, segmento em que atuam, interesse dos alunos, metodologias utilizadas, dificuldades encontradas, entre outros. Para manter o anonimato dos participantes, eles foram denominados como: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10. A seguir, serão apresentadas, de modo breve, a caracterização e a contextualização do *lôcus* de pesquisa.

De acordo com os dados obtidos, foi possível verificar que todos os professores entrevistados possuem formação em Licenciatura em Matemática e a maioria deles é jovem, sendo que 60% dos entrevistados têm 40 anos ou menos.

Outro dado importante sobre os professores entrevistados é que todos são experientes, uma vez que possuem mais de 4 anos no exercício da profissão, sendo que 30% têm entre 4 e 10 anos de exercício, 50% têm entre 11 e 20 anos de exercício e 20% têm mais de 20 anos de exercício. Conforme mostrado no Gráfico 1.

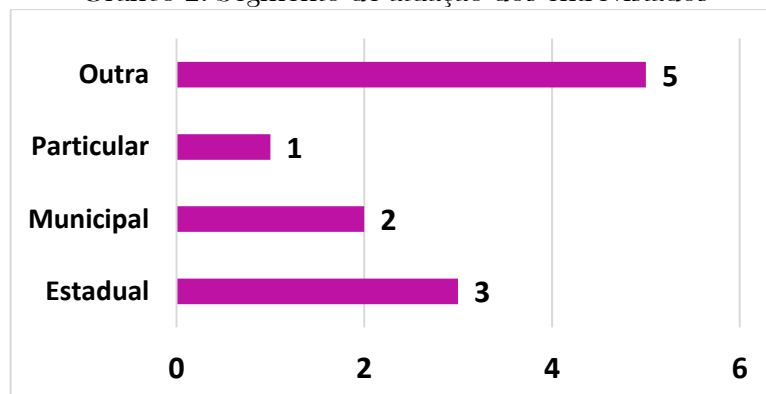
Gráfico 1. Tempo de exercício na docência



Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação ao trabalho dos professores entrevistados, as respostas indicam que eles atuam em segmentos variados, de modo que foram agrupados como “Rede Estadual”, “Rede Municipal”, “Rede Particular” e “Outras”, conforme apresentado no Gráfico 2.

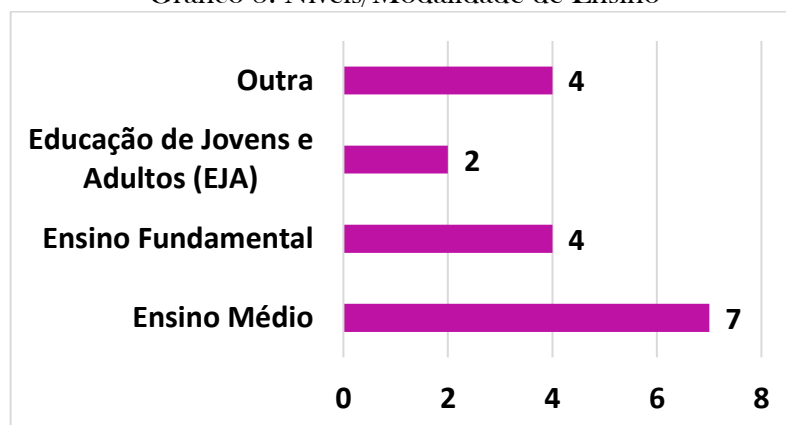
Gráfico 2. Segmento de atuação dos entrevistados



Fonte: Dados da pesquisa

Em relação à modalidade de ensino ou níveis da educação básica em que atuam, os dados também indicam diversidade, levando-nos a agrupá-los como “Ensino Médio”, “Ensino Fundamental”, “Ensino de Jovens e Adultos (EJA)” e “Outra”, sendo que alguns deles atuam em mais de uma modalidade, conforme apresentado no Gráfico 3.

Gráfico 3. Níveis/Modalidade de Ensino



Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação às metodologias utilizadas e à condução dos processos de ensino e aprendizagem, as respostas indicam que a maioria dos professores entrevistados combina teoria com o uso de outros recursos didáticos, o que representa uma realidade para 70,00% dos entrevistados. Apenas 30,00% indicaram o uso de livros didáticos como recurso metodológico.

Entre os recursos mais lembrados pelos professores podem ser destacados o uso de sólidos geométricos, por 50,00% dos professores, que afirmaram utilizá-los para a abordagem da geometria espacial, e o uso do *software* GeoGebra, que foi apontado por 60,00% dos professores entrevistados.

Em relação às dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem de geometria, os professores entrevistados elencaram as questões descritas no Quadro 1.

Quadro 1. Respostas dos entrevistados sobre dificuldades no ensino de geometria

Professores participantes	Principais dificuldades
P1	Compreender semelhanças de triângulos.
	Compreender algumas definições, bem como: retas, segmentos de reta, mediana, mediatriz, bissetriz.
	Interpretação de texto (resolução de problemas).
P2	Habilidade para desenhar.
	Em geometria espacial, conseguir que os alunos “enxerguem” o sólido.
	Erro de cálculos básicos para obtenção dos resultados.
P3	Ter material didático nas escolas.
	Livros didáticos ruins.
	Conhecimento sobre materiais que possam contribuir nas aulas.
P4	Interpretação.
	Visualização.
	Utilização dos conceitos.
P5	Defasagem dos alunos, referente aos conteúdos de anos anteriores.
	Estimular os alunos a pensar possibilidades de resoluções, enquanto os estudantes esperam fórmulas prontas (algo já enraizado).
	Quantidades de alunos em sala <i>versus</i> computadores disponíveis, para trabalhar com <i>softwares</i> de geometria.
P6	Suporte com aplicativos para os estudantes.
	Atividades atualizadas.
	Aplicação das atividades no dia a dia.
P7	A compreensão dos estudantes com as aplicações.
P8	Estudantes visualizarem os corpos da geometria espacial.
	Estudantes querem as fórmulas prontas para aplicar.
	Estudantes operarem com números irracionais dentro das fórmulas.
P9	Falta de conceitos básicos entre 7 e 10 anos de escolaridade.
	Falta de materiais para demonstrações de conceitos.
	Medo da geometria deixado ao longo de gerações.
P10	Perceber a geometria no dia a dia (raciocínio dedutivo).
	Trabalhar com o concreto.
	Conceitos básicos da geometria (ponto, reta, quadrado, triângulo, retas....).

Fonte: Dados da pesquisa.

Na visão dos autores do presente artigo, as dificuldades apontadas poderiam ser divididas em quatro grupos:

- a) compreensão de conceitos e resolução correta de problemas devido à defasagem dos alunos;
- b) visualização ou representação de figuras estudadas;
- c) falta de materiais, sejam eles livros, materiais concretos ou tecnológicos, com capacidade para atender todos os alunos simultaneamente;
- d) o medo da geometria, retratado pela dificuldade de associá-la com objetos concretos, bem como a dificuldade de resolver problemas por meio de análise, sem a utilização de fórmulas prontas.

As dificuldades apontadas mostram a necessidade de uma atenção especial para o ensino de geometria desde os primeiros contatos dos alunos com a disciplina, dando ênfase à visualização de objetos geométricos, ao registro de características, à identificação de formatos e tamanhos, assim como elaborando respostas a questionamentos, tendo em vista a observação e a manipulação de materiais concretos.

### **ARTE E MATEMÁTICA: uma alternativa possível para o ensino de geometria**

Pensando no estudo da geometria plana e, mais especificamente, no estudo e na identificação de polígonos regulares, propõe-se a associação entre Arte e Matemática, por meio do uso de mosaicos em oficinas pedagógicas que possam ser organizadas e adaptadas para atender diferentes faixas etárias, além de respeitar os diferentes níveis de maturidade geométrica.

Nessa perspectiva, foi elaborada uma oficina de mosaicos para ser trabalhada em grupos com alunos da educação básica, para a qual foram elaborados kits contendo 30 polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15 e 20 lados. A oficina de mosaicos pode acontecer em aulas regulares ou ser aplicada considerando a metodologia de projetos. Para as oficinas, foram organizadas três atividades, embora não seja necessário que todas elas sejam realizadas de uma única vez, o que dependerá das condições de aplicação, do grupo de participantes e do tempo disponível para a execução. Formados os grupos, cada um deles recebe um kit de polígonos regulares e são propostas as atividades por etapas.

A primeira atividade é marcada por uma interação entre os ministrantes e os participantes, com a proposta de trabalhar com as peças fazendo comparações entre elas, identificando formas e tamanhos, aprendendo o nome das figuras e de alguns dos seus elementos. Além disso, os participantes são incentivados a fazer rotações das peças para melhor visualização, tudo feito de uma maneira lúdica, informal e sem registro escrito.

A segunda atividade é realizada ainda como uma atividade lúdica, na qual os participantes são convidados a construir mosaicos livremente, durante um tempo previamente fixado. É necessário orientar, de maneira informal, que os mosaicos são formados pela junção das figuras, de modo que não seja deixado espaço entre elas, nem haja sobreposição. Passado o tempo estabelecido, são analisadas as construções realizadas, e o professor deve questionar os participantes sobre combinações que resultaram em mosaicos e combinações que não resultaram em mosaicos. A partir dessas constatações, é feita uma nova análise das figuras, separando-as em grupos e buscando identificar outras propriedades de cada figura.

Dando continuidade à oficina, num terceiro momento, os participantes são convidados a reconhecerem ângulos, vértices e número de lados, de maneira a iniciar um momento de registro das características analisadas para cada figura, que podem ser afixadas na lousa, por exemplo, para consulta de todos a qualquer momento. A partir desse registro, é retomada a análise das construções que foram realizadas, explicando o conceito de mosaico e utilizando os elementos das figuras.

Para o fechamento, é feita uma apresentação formal da ideia de mosaico como uma reunião de polígonos. No caso particular da oficina, uma reunião de polígonos regulares satisfaz duas condições: (1) dois polígonos integrantes do mosaico se interceptam em um lado ou em um vértice ou tem intersecção vazia; (2) cada lado de um polígono do conjunto é também lado de exatamente mais um polígono do conjunto.

A oficina de mosaicos, planejada dessa forma, foi desenvolvida como parte de uma atividade de extensão que atendeu cerca de 150 alunos, transitando desde a educação infantil até o ensino fundamental, além de ter sido oferecida a participantes de uma feira de ciências. Os resultados desse trabalho foram descritos por Moreira, Farias e Uribe (2020), que destacam a importância de trabalhar a geometria de maneira diferenciada, despertando o interesse e participação ativa das crianças. O trabalho ainda está em andamento, de modo que está em análise uma proposta de extensão da oficina apresentada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como resultado do trabalho realizado, é importante destacar que, além das dificuldades historicamente presentes na literatura, os professores elencaram quatro dificuldades presentes no dia a dia da escola, em relação, sendo que elas estão relacionadas à compreensão dos conceitos devido à defasagem dos alunos, à visualização ou à representação de figuras estudadas, à falta de materiais para trabalho em sala de aula, ao medo da geometria devido à dificuldade de associá-la com objetos concretos e à dificuldade de resolver problemas por meio de análise, sem a utilização de fórmulas prontas.

Ao agrupar as dificuldades elencadas pelos professores, fica nítido um problema com a construção do pensamento geométrico. Tanto a dificuldade relacionada à visualização ou à representação, como o medo da geometria e a dificuldade de associação apontam para uma falta de preparo para atingir os níveis do Modelo de Van Hiele. Tais níveis podem ser percebidos, indiretamente, a partir da leitura crítica dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e, na contemporaneidade, pela Base Nacional Comum Curricular, uma vez que ambos os documentos reiteram a necessidade do desenvolvimento do pensamento geométrico.

É importante chamar a atenção, também, para a possibilidade de explorar a relação entre Arte e Matemática para o ensino de geometria como uma alternativa pedagógica que dialoga com a interdisciplinaridade, podendo ser desenvolvida em aulas regulares ou por meio de projetos interdisciplinares em que os mosaicos se apresentam como uma alternativa para o ensino de geometria.

Por último, ressalta-se a necessidade de revisão dos projetos pedagógicos dos cursos de Licenciatura em Matemática para atender as necessidades formativas dos futuros professores, que precisam, cada dia mais, inserir nas suas aulas recursos de tecnologia e materiais didáticos apropriados; fazer uso e manutenção de um laboratório de ensino de Matemática e, principalmente, implementar propostas interdisciplinares por meio de projetos.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Programa de Educação Tutorial, à Fundação de Apoio ao Desenvolvimento do Ensino, Ciência e Tecnologia do Estado de Mato Grosso do Sul (FUNDECT) e à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul pelo apoio no desenvolvimento do trabalho.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, G. de S.; SAMPAIO, F. F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, n. 5, p. 69-76, 2010. Disponível em: [https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/1959/1/20\\_02\\_000613432.pdf](https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/1959/1/20_02_000613432.pdf). Acesso em: 10 jul. 2021.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução Maria João Alves, Sara Bahia dos Santos, Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BONI, V.; QUARESMA, S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. **Em tese**, v. 2, n. 1, p. 68-80, 2005. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/emtese/article/view/18027>. Acesso em: 15 jul. 2021.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Secretaria da Educação Básica, Brasília: MEC, 2018.
- CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, v. 24, n. 1, p. 103-128, 2015. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22913>. Acesso em: 10 jul. 2021.
- CARDOSO, E. de J. Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções. *In: EBRAPEM*, 2015, Juiz de Fora. Sessão A. Juiz de Fora, 2015. v. 1. p. [ufjf.br/ebrapem-1](http://ufjf.br/ebrapem-1).
- COSTA, A. P. da. **A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico**: o caso dos quadriláteros notáveis. 401f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.
- CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria**: opiniões sobre a área e seu ensino. 2005. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.
- GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. Campinas. 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- LORENZATO, S. Porque ensinar geometria. **Revista em Educação Matemática**, n. 4, 1995.

MOREIRA, K. C. C.; FARIAS, G. dos S.; URIBE, E. B. O. *Ilz*: Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática (14.: 2020: Campo Grande, MS). XIV SESEMAT [recurso eletrônico]: Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática: **Anais** / organizadoras dos anais do evento, Adriana Fátima de Souza Miola, ... [et al.]. – Campo Grande, MS: UFMS, 2020.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NAGATA, R. de S. **Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico**: o aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele. 2016. 120 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) Teaching Geometry: Research Directions (1991-2011). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n1p138>. Acesso em: 10 jul. 2021.

VILLIERS, M. de. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n. 3, 2010, p.400-431. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/5167>. Acesso em: 10 jul. 2021.

**Submetido em:** julho de 2021

**Aprovado em:** novembro de 2021